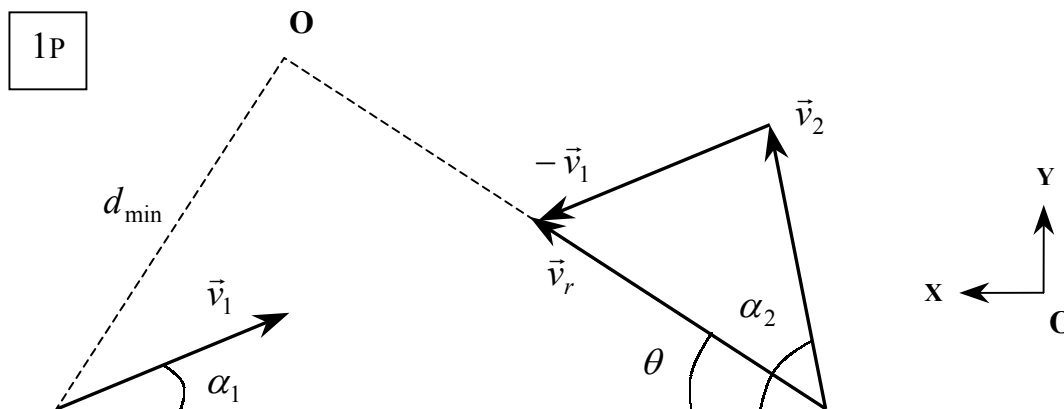


I.1  
a)



b)

$$\vec{v}_r = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$v_{rx} = v_2 \cos \alpha_2 + v_1 \cos \alpha_1$$

$$v_{ry} = v_2 \sin \alpha_2 - v_1 \sin \alpha_1$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v_{ry}}{v_{rx}} = \frac{v_2 \sin \alpha_2 - v_1 \sin \alpha_1}{v_2 \cos \alpha_2 + v_1 \cos \alpha_1}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{2v_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - v_1 \cdot \frac{1}{2}}{2v_1 \cdot \frac{1}{2} + v_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3} - 1}{2 + \sqrt{3}} = 5\sqrt{3} - 8$$

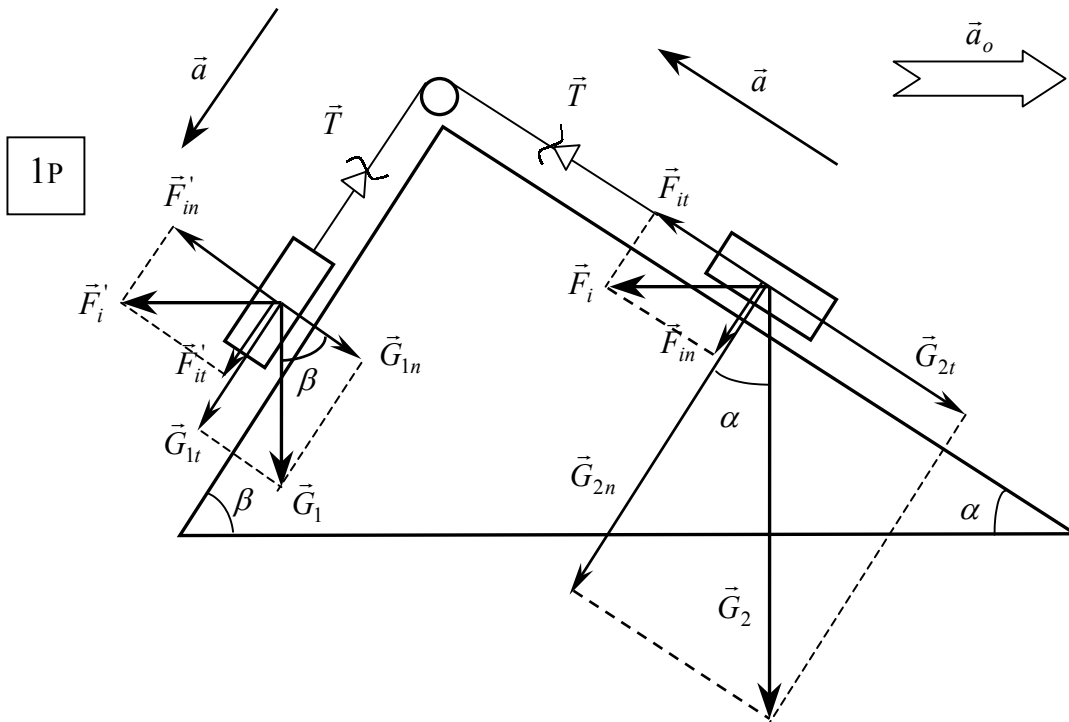
$$d_{\min} = AB \cdot \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{\operatorname{tg} \theta}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}} = \frac{5\sqrt{3} - 8}{\sqrt{1 + (5\sqrt{3} - 8)^2}} = 0,078$$

$$d_{\min} = 100 \cdot 0,078 = 7,8 \text{ m}$$

1. Fiecare dintre subiectele I, II, respectiv III se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se notează de la 10 la 1, cu 1 punct din oficiu. Punctajul final reprezintă suma notelor.

I.2



a)  $\vec{F}'_{in} + \vec{G}_{2n} \leq 0$   
 $m_1 \cdot a_o \sin \beta \leq m_1 \cdot g \cos \beta$

1P

$a_o \leq g \operatorname{ctg} \beta$

b) 
$$\begin{cases} m_2 \cdot a = T + F_{it} - G_{2t} \\ m_1 \cdot a = G_{1t} + F'_{1t} - T \end{cases}$$

1P

1P

---


$$(m_1 + m_2) a = G_{1t} + F'_{1t} - G_{2t} + F_{it}$$

$$a = g \frac{m_1 + m_2 \cos(\alpha + \beta)}{(m_1 + m_2) \sin \beta}$$

1P

1. Fiecare dintre subiectele I, II, respectiv III se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se notează de la 10 la 1, cu 1 punct din oficiu. Punctajul final reprezintă suma notelor.

II.1

$$F_f^2 = F^2 + G_t^2$$

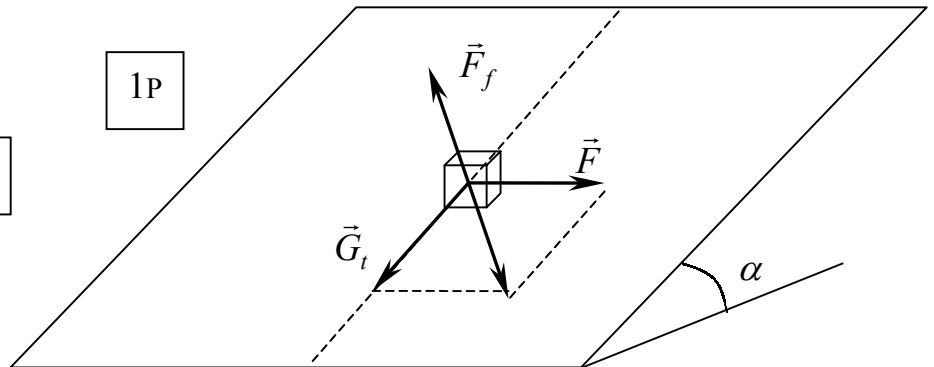
1P

1P

$$G_t = m g \sin \alpha$$

$$F_f = \mu m g \cos \alpha$$

0,5P



$$F_{\min} = m g \sqrt{\mu^2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = 0,479 \text{ N}$$

0,5P

II.2

$$\begin{cases} m_1 \cdot a_1 = T_1 \end{cases}$$

1P

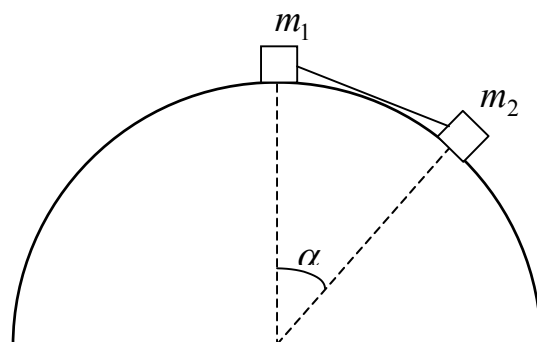
$$\begin{cases} m_2 \cdot a_1 = m_2 g \sin \alpha - T' \end{cases}$$

1P

$$a_1(m_1 + m_2) = m_2 g \sin \alpha$$

0,5P

$$\sin \alpha = \frac{a_1}{g} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_2}$$



$$\begin{cases} m_1 \cdot a_2 = T_2 - m_2 g \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ m_2 \cdot a_2 = m_2 g \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - T_2 \end{cases}$$

1P

$$a_2 = g \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

1P

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}\right)}$$

0,5P

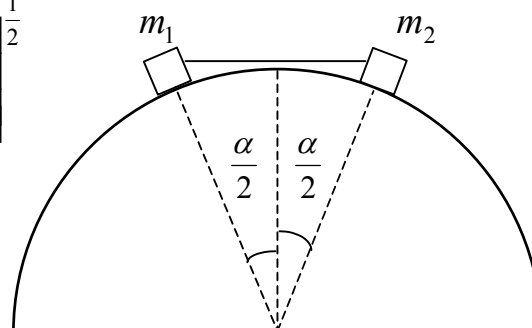
1. Fiecare dintre subiectele I, II, respectiv III se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se notează de la 10 la 1, cu 1 punct din oficiu. Punctajul final reprezintă suma notelor.

$$a_2 = g \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{g^2} \cdot \frac{(m_1 + m_2)^2}{m_2^2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

0,5P

$$a_2 = 2,25 \text{ m/s}^2$$

0,5P



III.1

$$F_{CB} = k \frac{q_2^2}{BC^2}$$

1P

$$F_{CA} = k \frac{q_1 q_2}{AC^2}$$

$$BC = 2r \sin \alpha$$

1P

$$AC = 2r \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$F_{CB} = k \frac{q_2^2}{4r^2 \sin^2 \alpha}$$

$$F_{CA} = k \frac{q_1 q_2}{4r^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$F_{CB} \cos \alpha = F_{CA} \sin \frac{\alpha}{2}$$

2P

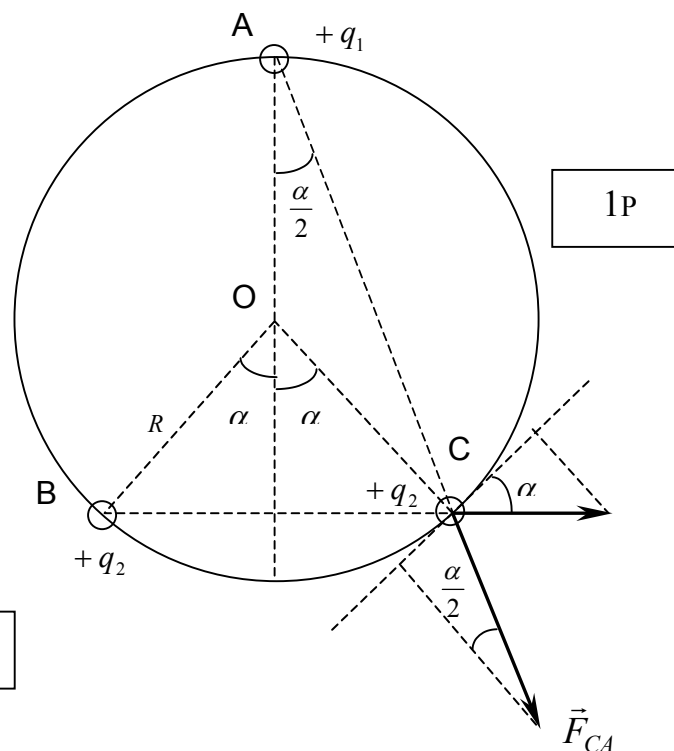
$$\Rightarrow \frac{q_2 \cdot \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{q_1 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{\sin^2 \alpha \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}}$$

Dar,  $\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$ ;

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{4 \sin^3 \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha}$$

1P



1P

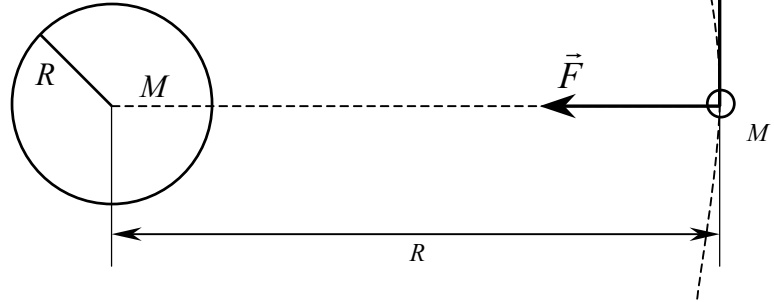
1. Fiecare dintre subiectele I, II, respectiv III se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se notează de la 10 la 1, cu 1 punct din oficiu. Punctajul final reprezintă suma notelor.

III.2

$$F = K \frac{M \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{KM}{r}}$$

1P



– Pentru satelitul din apropierea Pământului

$$v_S = \sqrt{\frac{KM}{R}}$$

1P

– Pentru Lună

$$v_L = \sqrt{\frac{KM}{r}}$$

1P

$$\frac{v_S}{v_L} = \sqrt{\frac{r}{R}}$$

1. Fiecare dintre subiectele I, II, respectiv III se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se notează de la 10 la 1, cu 1 punct din oficiu. Punctajul final reprezintă suma notelor.